

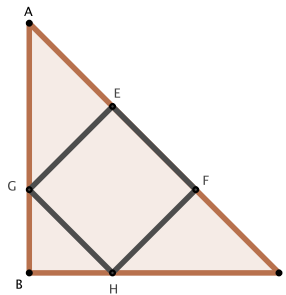
Prirodno-matematički fakultet  
Društvo matematičara i fizičara Crne Gore

OLIMPIJADA ZNANJA 2022

Rješenja zadataka iz MATEMATIKE  
za VII razred osnovne škole

1. Dva tjemena kvadrata leže na hipotenuzi jednakokrakog pravouglog trougla a preostala dva na katetama tog trougla. Odrediti dužine stranica kvadrata ako je dužina hipotenuze 6cm.

**Rješenje:** Označimo tjemena kao na slici.



Primijetimo da su trouglovi  $HCF$  i  $AGE$  jednakokraki i podudarni ( $\angle HFC = \angle GEA = 90^\circ$  i  $\angle HCF = \angle GAE = 45^\circ$ ). Dakle,  $|HF| = |CF| = |GE| = |AE|$ . Kako je  $\square GHFE$  kvadrat to je  $|HF| = |FE| = |EG| = |GH|$ . Konačno dobijamo  $|EF| = \frac{1}{3}|AC| = 2\text{cm}$ .

2. Na jednom ostrvu  $\frac{3}{4}$  muškaraca su oženjeni ženama sa tog ostrva, a  $\frac{2}{3}$  žena su udate za muškarce sa istog ostrva. Koji dio od ukupnog broja stanovnika ostrva nije u braku, ako je broj oženjenih muškaraca jednak broju udatih žena?

**Rješenje:** Označimo sa  $x$  broj svih muškaraca, a sa  $y$  broj svih žena na ostrvu. Tada je prema uslovu zadatka

$$\frac{3}{4}x = \frac{2}{3}y,$$

odnosno  $9x = 8y$  i  $y = \frac{9}{8}x$ . U braku nije  $\frac{1}{4}x + \frac{1}{3}y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{3} \cdot \frac{9}{8}x = \frac{5}{8}x$  stanovnika ostrva. Kako je ukupan broj stanovnika ostrva  $x + y = x + \frac{9}{8}x = \frac{17}{8}x$ , to je odnos broja stanovnika koji nije u braku i ukupnog broja stanovnika jednak

$$\frac{\frac{5}{8}x}{\frac{17}{8}x} = \frac{5}{17},$$

to jeste u braku nije  $\frac{5}{17}$  od ukupnog broja stanovnika.

3. Odredite sve četvorocifrene brojeve oblika  $\overline{abab}$  djeljive brojem 16.

**Rješenje:** Traženi četvorocifreni broj možemo zapisati u obliku

$$\overline{abab} = 1000a + 100b + 10a + b = 1010a + 101b = 101(10a + b) = 101 \cdot \overline{ab}.$$

Kako je 101 prost broj, to dvocifreni broj  $\overline{ab}$  mora biti djeljiv sa 16. Slijedi da  $\overline{ab}$  može biti jedan od sljedećih brojeva 16, 32, 48, 64, 80, 96, pa su rješenja zadatka brojevi 1616, 3232, 4848, 6464, 8080, 9696.

4. Može li hirurk sa samo dva para sterilisanih rukavica operisati tri pacijenta, koji svi boluju od različitih teških zaraznih bolesti, a da pri tome ne prenese infekcije ni na pacijente, ni na sebe?

**Rješenje:** Može. Hirurk navuče oba para rukavica i operiše prvog pacijenta. Zatim skine spoljašnje rukavice i operiše drugog pacijenta. Onda obrne prve (skinute) rukavice i navuče ih preko drugih (koje nije ni skidao), pa operiše trećeg pacijenta. Naravno, morao je navući "desnu" (okrenutu) rukavicu na lijevu ruku i obrnuto.

5. Trouglovi  $ABC$  i  $ADC$  imaju zajedničku stranicu  $AC$  a tjemena  $B$  i  $D$  su sa iste strane prave  $AC$ . Pri tome važi  $|AB| = |AC|$ ,  $|AD| = |DC|$  i  $\alpha' + \delta = 200^\circ$ , gdje je  $\alpha'$  spoljašnji ugao trougla  $ABC$  kod tjemena  $A$ , a  $\delta = \angle ADC$ . Odrediti ugao  $\angle BCD$ .

**Rješenje:** Iz uslova zadatka slijedi

$$\angle BCD = \angle BCA - \angle DCA.$$

S obzirom da su trouglovi  $ABC$  i  $ADC$  jednakokraki imamo da je

$$\alpha' = 2\angle BCA$$

i

$$2\angle DCA = 180^\circ - \delta.$$

Uvrštavanjem u prvu jednakost dobijamo

$$\angle BCD = \frac{\alpha'}{2} - 90^\circ + \frac{\delta}{2} = \frac{\alpha' + \delta}{2} - 90^\circ = 10^\circ.$$

